

Nombres rationnels

maths-cfm.fr

5e

Table des matières

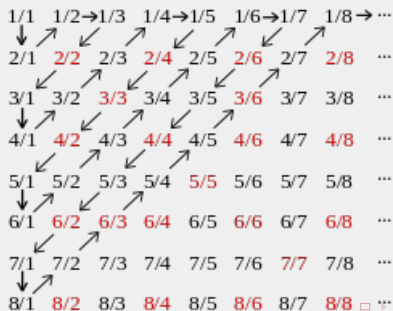
- 1 I. Fractions égales
- 2 II. Simplification
- 3 III. Comparaison de fractions
 - a. Comparaison de fractions ayant le même dénominateur
 - b. Comparaison de fractions ayant le même numérateur
 - c. Comparaison avec 1
 - d. Comparaison de fractions de dénominateurs multiples
 - e. En calculant les quotients
- 4 IV. Addition et soustraction
 - a. Avec les mêmes dénominateurs
 - b. Avec des dénominateurs différents
- 5 V. Multiplication par un entier

Nombres rationnels

Définition

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'exprimer sous la forme d'une fraction : $\frac{a}{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs (avec b non nul).

On appelle a le numérateur et b le dénominateur.



I. Fractions égales

Propriété 1

À partir d'une fraction, on obtient une fraction égale en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

Exemples

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}; \quad \frac{7}{13} = \frac{70}{130}.$$

I. Fractions égales

Propriété 2

À partir d'une fraction, on obtient une fraction égale en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Exemple

$$\frac{12}{30} = \frac{12 \div 6}{30 \div 6} = \frac{2}{5}.$$

II. Simplification

Propriété

À partir d'une fraction, on cherche une fraction qui lui est égale, avec le numérateur et le dénominateur le plus petit possible.

Exemple

$$\frac{72}{30} = \frac{36}{15} = \frac{12}{5}.$$

a. Comparaison de fractions ayant le même dénominateur

Propriété

Pour comparer deux fractions ayant le même dénominateur, il suffit de comparer les numérateurs : la fraction ayant le plus grand numérateur est la plus grande.

Exemples

$$\frac{3}{5} < \frac{4}{5}.$$

$\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$ peut s'interpréter en disant que 4 parts d'un gâteau coupé en cinq parts égales valent plus que 3 parts de ce même gâteau.

b. Comparaison de fractions ayant le même numérateur

Propriété

Pour comparer deux fractions ayant le même numérateur, il suffit de comparer les dénominateurs : la fraction ayant le plus grand dénominateur est la plus petite.

Exemples

$$\frac{4}{5} > \frac{4}{6}.$$

$\frac{4}{5} > \frac{4}{6}$ peut s'interpréter en disant que 4 parts d'un gâteau coupé en cinq parts égales valent plus que 4 parts d'un gâteau coupé en six qui aura des parts plus petites.

c. Comparaison avec 1

Propriété

Une fraction dont le numérateur est plus petit que le dénominateur est une fraction inférieure à 1.

Exemples

$$\frac{4}{5} < 1; \frac{8}{7} > 1.$$

Cela permet de comparer des fractions comme $\frac{4}{5}$ et $\frac{8}{7}$: $\frac{4}{5} < \frac{8}{7}$.

d. Comparaison de fractions de dénominateurs multiples

Propriété

Pour comparer deux fractions n'ayant pas le même dénominateur, on modifie l'écriture des fractions pour qu'elles aient le même dénominateur.

Exemple

Comparer $\frac{2}{3}$ et $\frac{7}{12}$. On remarque que $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$. Comme $\frac{8}{12} > \frac{7}{12}$, on obtient alors que $\frac{2}{3} > \frac{7}{12}$.

e. En calculant les quotients

Propriété

On peut comparer deux fractions en calculant les quotients de chacune des fractions et en comparant les quotients.

Exemple

En calculant les quotients, comparer $\frac{5}{13}$ et $\frac{7}{17}$.

$$\frac{5}{13} = 5 \div 13 \approx 0,384 \dots$$

$$\frac{7}{17} = 7 \div 17 \approx 0,411 \dots$$

$0,411 \dots$ est plus grand que $0,384 \dots$ donc $\frac{7}{17} > \frac{5}{13}$.

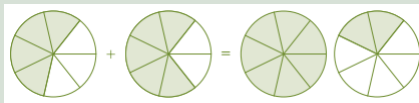
a. Avec les mêmes dénominateurs

Propriété

Pour additionner deux fractions ayant le même dénominateur, on prend le dénominateur commun, et on additionne les numérateurs, c'est à dire :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Exemple



$$\frac{4}{7} + \frac{5}{7} = \frac{4+5}{7} = \frac{9}{7}$$

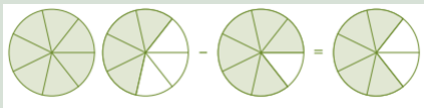
a. Avec les mêmes dénominateurs

Propriété

Pour soustraire deux fractions ayant le même dénominateur, on prend le dénominateur commun, et on soustrait les numérateurs, c'est à dire :

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$$

Exemple



$$\frac{11}{7} - \frac{6}{7} = \frac{11 - 6}{7} = \frac{5}{7}$$

b. Avec des dénominateurs différents

Propriété

Pour additionner ou soustraire deux fractions ayant des dénominateurs différents, on transforme l'écriture des fractions pour qu'elles aient le même dénominateur.

Exemple



$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{4 + 5}{6} = \frac{9}{6}.$$

V. Multiplication par un entier

Propriété

Pour multiplier une fraction par un nombre, on compose une fraction en multipliant ce nombre par le numérateur et en prenant le même dénominateur. C'est à dire :

$$k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$$

Exemples

$$2 \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{7} = \frac{10}{7}.$$

$$15 \times \frac{7}{5} = (15 \div 5) \times 7 = 3 \times 7 = 21.$$

$$4 \times \frac{16}{8} = 4 \times 2 = 8.$$